2) P_m :x+y+m-3=0

a/ $\vec{N}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$ vecteur normal à P_m

$\overrightarrow{AB}.\vec{N} = 1-1+0 = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AB} \perp \vec{N}$

Par suite (AB) // P_m

b/ Aϵ $P_m \Leftrightarrow$1+2+m-3=0$\Leftrightarrow$m=0

(AB) $\subset$ P_m ssi m=0

c/ Q de vecteur normal $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AB} \perp \vec{N}$

$\Rightarrow$Q$\perp P_m$ pour tout m ϵ IR

3) ABB'A' carré ssi AA'=AB

Ssi d(A,P_m)=AB

$\Leftrightarrow \frac{|1+2+m-3|}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$

$\Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow$ m= $2\sqrt{3}$ ou m= $-2\sqrt{3}$

Ex 16 :

A(a,0,0) B(0,b,0) C(0,0,c)

1) a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-a\\b\\0\end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-a\\0\\c\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}bc\\ac\\ab\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC)

(ABC) : (bc).x+(ac).y+(ab).z+d=0

A(a,0,0)$\in$ (ABC) $\Rightarrow$ abc+d=0 $\Rightarrow$ d=-abc

d'où (ABC):(bc).x+(ac).y+(ab).z-abc=0

b) OH=$d_{(O,(ABC))}$

$$OH=\frac{abc}{\sqrt{(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2}}$$

$$\frac{1}{OH^2}=\frac{(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2}{a^2b^2c^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}+\frac{1}{OC^2}$$

2) a) soit A : l'aire du triangle ABC

$$A=\frac{1}{2}\left\|\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right\|$$

d'où : $A=\frac{1}{2}\sqrt{(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2}$

b) $A_1 = aire(OAB) = \frac{ab}{2}$

$A_2 = aire(OAC) = \frac{ac}{2}$

$A_3 = aire(OBC) = \frac{bc}{2}$

$$A^2 = \frac{1}{4}\left[(bc)^2+(ac)^2+(ab)^2\right]$$

$$A^2 = A_1^{\,2} + A_2^{\,2} + A_3^{\,2}$$

Ex 17 :

1) S : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z=0\Leftrightarrow$

$(x^2-4x)+(y^2+2y)+(z^2-6z)=0\Leftrightarrow$

$(x-2)^2-4+(y+1)^2-1+(z-3)^2-9=0\Leftrightarrow$

$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2= 14$

D'où l'ensemble S est la sphère de centre le point I(2,-1,3) et de rayon $\sqrt{14}$.

2) (E) : $x^2+y^2+z^2-4x+2y-6z+14=0\Leftrightarrow$

$(x^2-4x)+(y^2+2y)+(z^2-6z)=-14\Leftrightarrow$

$(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2= 0$

(E) = {I(2,-1,3)}